О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФИГУРЕ ABSAMIKKU КЛИНОПИСНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕКСТОВ

В клинописных списках коэффициентов несколько раз упоминается какая-то геометрическая фигура, названная в одних случаях по-аккадски absamikku, а в других по-шумерски GÁN-ZÀ-MÍ (поле ZÀ-MÍ) и GEŠTÚ-ZÀ-MÍ («ухо ZÀ-MÍ»), причем известно, что ZÀ-MÍ обозначает определенный музыкальный инструмент [1]. На табличке YBC 5022 [2] мы читаем: «$_{48}$ 53(?)′20[3] для поля ZÀ-MÍ. $_{50}$ 26′40 для уха ZÀ-MÍ»; на табличке YBC 7243 [4]: «26′40 для поля ZÀ-MÍ»; на табличке IM 52916 (Тель-Хармал) [5]: «$_{9}$Absamikku 26′15 (ошибочно вместо 26′40) [ее] коэ[ффициент]. $_{10}$ Продольная линия absamikku, 48 [ее] коэффи[циент]. $_{11}$ Диагональ absamikku, 1′20 [ее] коэффициент»; на табличке I (Сузы)[6]: «26′40, коэффициент для absamikku. $_{2}$1′20, диагональ для absamikku. $_{3}$33′20, поперечная линия для absamikku. $_{4}$15, коэффициент для absamikku для 3».

Первое геометрическое толкование фигуры absamikku было предложено О. Нейгебауером и А. Гетце. По мнению этих исследователей, речь идет о трапеции, составленной из прямоугольника со сторонами 48 и 1″20 и прямоугольного треугольника со сторонами 48, 1′4 и 1′20, построенного при помощи пифагоровых чисел 3, 4 и 5. Действительно, $48 = 3\cdot 16$, $1'4 = 4\cdot 16$ и $1'20 = 5\cdot 16$. Итак, absamikku, согласно предложенному толкованию, является прямоугольной трапецией, имеющей основания 1″20 и $1'5''20 = 1'4 + 1''20$, наклонную сторону — 1′20, вертикальную — 48, среднюю линию $33''20 = \frac{1}{2}(1''20 + 1'5''20)$ и площадь $26'40 = 33''20\cdot 48$ [7] (см. рис. 1). Коэффициенты первых двух списков (YBC 5022 и YBC 7243) можно, таким образом, рассматривать как площадь этой трапеции (26′40) и удвоенную ее площадь (53′20), а коэффициенты последних двух (IM 52916 и I) как площадь, наклонную сторону (1′20), высоту (48) и среднюю линию (33″20).

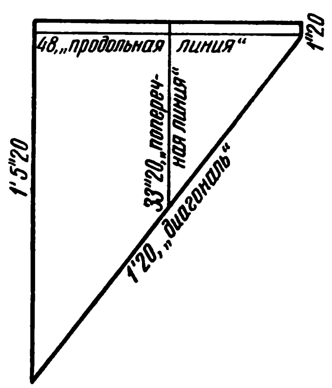

Рис. 1

Несмотря на все остроумие предложенного толкования, оно все же не может быть принято. Дело в том, что некоторые коэффициенты, относящиеся к absamikku, встречаются в задачах на квадратные уравнения, в которых упоминается еще «длина» фигуры, равная 1. Так, в одной из этих задач, перевод которой опубликован Э. М. Бруинсом, говорится, что сумма площади absamikku, «диагонали» и «длины» равна 1″16′ 40. Требуется найти длину. Решение задачи гласит: «$_{1}$0″26′40 раз 1″16′40 составляет

---

[1] О термине ZÀ-MÍ см. B. Landsberger, ZAss, VIII (1934), стр. 155 сл.

[2] O. Neugebauer and A. Sachs, Mathematical Cuneiform Texts, New Haven, (далее: MCT), 1945, стр. 135. Как этот, так и остальные тексты, на которые мы ссылаемся ниже, датируются концом первой трети II тыс. до н. э.

[3] Поставленный сверху штрих отделяет друг от друга шестидесятиричные разряды: $53'20 = 53\cdot 60 + 20 = 3200$. Но ту же самую клинописную запись 53′20 можно прочесть и как $0''53'20 = \frac{53}{60} + \frac{20}{60} = \frac{8}{9}$, где поставленные сверху два штриха отделяют целую часть от шестидесятиричной дроби (в рассматриваемое время вавилоняне не применяли специального знака для ноля).

[4] Neugebauer and Sachs, MCT, стр. 136.

[5] A. Goetze, A Mathematical Compendium from Tell-Harmal, «Sumer», VII (1951), № 2, стр. 137.

[6] E. M. Bruins, Nouvelles découvertes sur les mathématiques Babyloniennes, P., 1951, стр. 20 (нумерация строк наша. — *А. В.*).

[7] Goetze, Compendium, стр. 138.

$0''34'4'26'40$. $_2 1$, длина, и $1'20$, диагональ, сложи, это $2''20$. $_3$ Половина $2''20$, это $1'10$.$_4$ Квадрат $1''10$, это $1''21'40$. $_5$ $1''21'40$ и $0''34'4'26'40$ дают $1''55'44'26'40$. $_6$ Корень квадратный (из $1''55'44'26'40$), это $1''13'20$. $_7$Отними $1''10$ от $1''13'20$, это $0''13'20$. $_8$Обратная величина от $0''26'40$, это $2''15$. $_9$Помножь $2''15$ на $0''13'20$, это $0''30$. $_{10}$ $0''30$, это длина [8]». Записав то же самое в современной символике, получим:

$$x = \frac{1}{0''26'40}\left[\sqrt{\left(\frac{1+1''20}{2}\right)^2 + 0''26'40\cdot 1''16'40} - \frac{1+1''20}{2}\right] = 0''30.$$

В табличке решено, таким образом, квадратное уравнение $0''26'40\, x^2 + x + 1''20 = 1''16'40$, левая часть которого сформулирована текстом, как «сумма площади, длины и диагонали». Из этого следует, что площадью надо считать $0''26'40\, x^2$, «диагональю» — $1''20x$ и «длиной» — x. В самом тексте, однако, для диагонали указано значение $1''20$ (стк. 2), а для «длины» — целых два значения, 1 (стк. 2) и $x = 0''30$ (стк. 10).

Для того чтобы разобраться в этой кажущейся путанице, необходимо учесть, что $0''26'40$ является коэффициентом площади abSamikku, а $1''20$ — коэффициентом ее «диагонали». Ясно, что «длина» 1 относится к этой же фигуре, а «длина» $x = 0''30$ к другой фигуре abSamikku, которая получается из первой путем умножения всех ее размеров на $0''30$.

Итак, смысл задачи состоит в следующем. Имеется некоторая геометрическая фигура, которая задана известными нам коэффициентами и «длиной» 1. Взяв вместо «длины» 1 «длину» $x = 0''30$, и умножив на последнюю величину соответствующие коэффициенты, мы получим новую фигуру, подобную первой. В этой новой фигуре «длина» должна быть равна x, «диагональ» — $1''20\, x$, и площадь — $0''26'40\, x^2$. Приравняв сумму последних величин к $1''16'40$, мы как раз получим то квадратное уравнение, которое было сформулировано и решено в рассматриваемом тексте.

Необходимо отметить, что о наличии еще одного элемента фигуры abSamikku, величина которого равна 1, можно было предположить a priori, до исследования указанной выше задачи. Дело в том, что числа, характеризующие эту фигуру, не только фиксируют размеры последней, но являются одновременно коэффициентами пропорциональности, т. е. выражают отношения различных величин abSamikku к одной определенной величине, принятой в качестве единицы. Такая исходная единица сама, естественно, коэффициентом не является, и в текстах явным образом не фиксируется, но существование ее в случае, когда речь идет о коэффициентах, бесспорно [9].

Понятно, что в качестве исходной единицы для abSamikku могла быть выбрана не «длина», а какой-либо иной размер, и тогда коэффициенты фигуры имели бы другие значения. Так, если умножить все линейные величины abSamikku на $^3/_4$, а площадь на $(^3/_4)^2$, то получится новая фигура, подобная первой, диагональ которой равна $1''20 \cdot {}^3/_4 = 1$. В этой новой фигуре abSamikku коэффициенты будут иметь числовые значения: «длина» — $1 \cdot {}^3/_4 = 0''45$, «продольная линия» — $0''48 \cdot {}^3/_4 = 0''36$, «поперечная линия» — $0''33'20 \cdot {}^3/_4 = 0''25$, площадь — $0''26'40 \cdot (^3/_4)^2 = 0''15$. Последний коэффициент хорошо объясняет четвертую строку клинописной таблички I, где мы читаем: «15 для abSamikku для 3». Весьма возможно, что число 3, уточняющее коэффициент $0''15$, надо толковать как соответствующий множитель произведения $3 \cdot {}^1/_4 = {}^3/_4$.

Итак, мы знаем, что фигура abSamikku с площадью $0''26'40$ имеет «диагональ» $1''20$, «продольную линию» $0''48$, «поперечную линию» $0''33'20$, и, как нами было установлено выше, «длину» 1. Какая же геометрическая фигура скрывается за этими величинами? Попытка отождествить abSamikku с прямоугольной трапецией рисунка 1 не учитывает «длину» 1 и поэтому должна быть отвергнута. Тем не менее ясно, что искать надо именно трапецию. Об этом свидетельствует прежде всего специфика со-

---

[8] Bruins, ук. соч., стр. 20 (нумерация строк наша.— *А. В.*).

[9] Не останавливаясь на подробностях, заметим, что понятие «исходная единица» выражалось, как мы полагаем, термином waṣû (или waṣîtu), который засвидетельствован несколькими вавилонскими задачами.

отношений, которыми связаны между собой соответствующие коэффициенты: $0''33'20 \cdot 0''48 = 0''26'40$ и $1''20^2 - 0''48^2 - 1''4^2$. О том же можно судить по содержанию терминов, ибо «продольная» и «поперечная» линии должны, очевидно, обозначать отрезки взаимно перпендикулярных прямых, а термин «диагональ»— гипотенузу прямоугольного треугольника. Приведенные данные определяют, к сожалению, не одну трапецию, а целых две (см. рис. 2 и 3).

Трапеция, представленная рисунком 2, имеет основания 0″6′40 и 1, боковую сторону 1″20, высоту 0″48 и среднюю линию 0″33′20. В построении трапеции существенную роль играет прямоугольный треугольник с гипотенузой 1″20 и катетами 0″48 и 1″4. Трапеция, представленная рисунком 3, имеет основания 0″19′20 и 0″47′20, высоту 0″48 и среднюю линию 0″33′20. Существенную роль в построении трапеции играют два прямоугольных треугольника, один из коих имеет гипотенузу 1″20 и катеты 0″48 и 1″4, а другой — гипотенузу 1 и катеты 0″48 и 0″36.

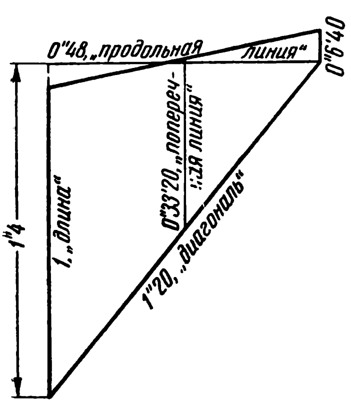

Рис. 2

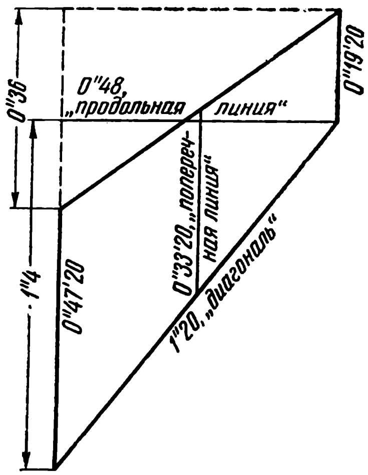

Рис. 3

Трудно решить, какую из этих трапеций следует отождествлять с фигурой abšamikku. С точки зрения терминологии более приемлемой является трапеция рисунка 2. В этой трапеции боковая сторона 1″20 и основание 1 действительно различаются как «диагональ» (т.е. гипотенуза) и «длина», чего нельзя сказать о трапеции рисунка 3. В последней трапеции боковые стороны 1″20 и 1, обе с одинаковым правом могут быть названы как «длиной», так и «диагональю», и приложение к ним различных терминов было бы не вполне объяснимо[10].

Точно так же трудно судить, отражают ли коэффициенты abšamikku действительные размеры какого-то музыкального инструмента, или перед нами простое заимствование термина по сходству. Дело в том, что очертания abšamikku, независимо от того, какую из двух предложенных выше реконструкций мы примем, с точки зрения вавилонской геометрии необычны, так как противоположные углы каждой трапеции одновременно или оба острые или оба тупые. Геометрическими задачами клинописных текстов такие «скошенные» трапеции до сих пор не засвидетельствованы. Не исключе-

[10] Ссылаясь на неизданную табличку R, Бруинс (ук. соч., стр. 28) приводит несколько величин, которые не содержатся в списках коэффициентов, но имеют какое-то отношение к abšamikku. Все эти величины удается объяснить трапецией рисунка 2. Мы, однако, не останавливаемся на этих величинах, так как надеемся, что табличка R и другие сузские математические тексты будут все же опубликованы полностью. Кстати, заметим, что одна из приведенных Бруинсом величин, а именно «длина 30», объяснена нами выше.

но поэтому, что термин abṡamikku был заимствован от музыкального инструмента ZÀ-MÍ, как раз для обозначения «скошенной» трапеции, в то время как для трапеции «обычного» вида применялся термин SAG-KI-GUD, буквально «лоб быка». В связи с этим интересно отметить, что некоторые лиры и арфы[11], изображения которых встречаются на ассирийских рельефах, действительно напоминают реконструированные нами трапеции. Вместе с тем не лишено оснований и другое предположение, согласно которому трапеция abṡamikku передает точную форму определенной части музыкального инструмента ZÀ-MÍ, а рассмотренные нами коэффициенты использовались в древности при изготовлении этого инструмента.

А. А. Вайман

ВНЕШНЯЯ ПОЛИТИКА АФИН
в 394—386 гг. до н. э.

Гегемония Спарты, распространившаяся после Пелопоннесской войны на большую часть государств материковой и островной Греции, очень скоро вызвала резкое недовольство подчиненных Спарте полисов. Их стремление к внешней и внутренней самостоятельности, растущая экономическая близость в условиях спартанского господства и усиления Персии настоятельно требовали и их политического союза. Экономические связи и общеполитическая ситуация (наряду с другими причинами) исподволь и неизбежно подготовляли гибель политического партикуляризма греческих городов-государств.

В начале IV в. до н. э. резко изменилось соотношение сил в Средней Греции, где решающее значение приобрел Беотийский союз и объединение Аргоса — Коринфа; на первый план международной жизни вышли новые государства, бывшие окраины греческого мира. Самостоятельную внешнюю политику, не зависимую от Спарты, начинают проводить Акарнания, Фракия, Олинфский союз. Эту новую международную обстановку в Греции сумела оценить и использовать афинская дипломатия. В предлагаемой статье нам хотелось показать, что начало IV в. и особенно период Коринфской войны были временем, когда Афины в напряженной внутренней и международной борьбе выработали новую внешнюю политику, целью которой явилось создание II Афинского морского союза. Основание этого широкого объединения греческих государств было заложено уже Кононом и Фрасибулом в 394—389 гг. до н. э.

Время от 405 до 387/6 гг. до н. э. с точки зрения поворотов во внешней политике Афин можно разделить на два периода. Первый период (405—394 гг. до н. э.) характеризуется внутренним укреплением города, постепенным выходом на арену международной деятельности, острой политической борьбой, в которой победили провоенные демократические группировки, и вступлением Афин в Коринфскую войну. Однако в эти годы военные действия и деятельность афинской дипломатии ограничивались территорией материковой, в основном Средней Греции, которую после битвы у Галиарта удалось почти всю привлечь на сторону антиспартанской коалиции.

Второй период (394—387/6 гг. до н. э.) — период наибольшей активности Афин в международной политике, когда они восстанавливают широкие торговые и политические связи и делают успешные попытки создать новый морской союз греческих государств. Заканчивается он изменением не в пользу Афин международной ситуации, поражением внутри полиса политической группировки Фрасибула — Агиррия, гибелью ее вождей, неудачами афинского флота и, наконец, миром 387/6 г. до н. э., который, однако, не уничтожил успехов, достигнутых Афинами в годы Коринфской войны.

В связи со сформулированной выше целью и небольшими размерами статьи, нам придется ограничиться анализом внешней политики Афин только на протяжении пе-

---

[11] B. Meissner, Babylonien und Assyrien, I, Heidelberg, 1920, стр. 332, 333, рис. 122 и 123.