невмешательство в римско-карфагенские отношения, и строгий нейтралитет Египта по отношению к обеим борющимся сторонам.

Приходится, таким образом, отметить, что книга в части исторического анализа и характеристики эпохи, наряду с положительными сторонами, имеет ряд недостатков и нуждается в серьезной переработке при подготовке к следующему изданию.

А. Г. Бокщанин

Спорных утверждений в книге С. Я. Лурье много и в тех частях, где речь идет о научных работах Архимеда. Для примера рассмотрим вопрос о влиянии на Архимеда Демокрита, которому автор посвящает специальную главу и о котором много говорится и в других главах.

О математических работах Демокрита мы знаем очень мало. Можно считать твердо установленным, что Демокрит и его последователи применяли в математических исследованиях своеобразный атомистический метод; можно даже, опираясь на свидетельства древних авторов и исторические аналогии, в общих чертах восстановить идею этого метода. Но многие важные частности математической атомистики древних останутся все же невыясненными. В своей книге «Теория бесконечно малых у древних атомистов» (изд-во АН СССР, 1935) С. Я. Лурье сделал попытку реконструировать метод Демокрита. Эта работа С. Я. Лурье весьма замечательна по полноте привлеченного документального материала. Но ряд выводов, к которым приходит автор, отнюдь не бесспорен. Логическое обоснование математического атомизма, приписываемое автором Демокриту, остается гадательным с исторической точки зрения и неудовлетворительным с математической стороны (неудовлетворительным не только для современного, но и для античного математика).

О Демокрите в дошедших до нас работах Архимед упоминает один раз («Послание к Эратосфену»). Архимед говорит здесь, что Демокрит впервые обратил внимание на то, что пирамида составляет третью часть призмы с тем же основанием и высотой. Сопоставляя это замечание с предисловием к сочинению «О шаре и цилиндре», где Архимед говорит, что упомянутые свойства «оставались неизвестными всем геометрам, жившим до Евдокса», С. Я. Лурье с полным основанием заключает (стр. 138), что «Архимед ознакомился с работами Демокрита впервые уже после опубликования первой книги сочинения «О шаре и цилиндре». Так как это сочинение С. Я. Лурье считает написанным после возвращения Архимеда из Александрии в Сиракузы (можно с твердостью установить лишь то, что оно было опубликовано Архимедом после возвращения в Сиракузы), то отсюда заключается, что, «будучи в Александрии, Архимед еще не знал о математических работах Демокрита». С этим легко можно согласиться. Но последующая оценка влияния Демокрита на Архимеда вызывает решительные возражения.

«Обнаружив в Сиракузах математические труды Демокрита,—пишет С. Я. Лурье (стр. 138—139),—Архимед, несомненно, с жадностью набросился на них. В самом деле, он оказался здесь у истоков того «атомистического» интегрирования, которое ему с т р у д о м и п о ч а с т я м (подчеркнуто здесь и далее мной. *М.В.*) приходилось реставрировать из отдельных намеков и приемов в трудах по механике, написанных его предшественниками»; «Архимед находит здесь то, что он искал и ч е г о н е х в а т а л о е м у в м а т е м а т и к е: разложение математических величин на элементы и оперирование соединениями этих элементов».

Таким образом, С. Я. Лурье утверждает, что интеграционные методы Архимеда— одно из величайших достижений гениального геометра древности—сложились под решающим влиянием Демокрита. Это мало правдоподобное само по себе утверждение находится в противоречии с тем, что сам автор сообщает о работах Архимеда. На стр. 77 говорится, что, изучая в Александрии литературу по механике, Архимед «пришел к выводу, что положения и приемы механики можно применить для решения тех чисто геометрических задач, которые не могут быть решены способами элементарной геометрии», И дальше рассказывается о знаменитом определении площади параболического сегмента «механическим методом». Таким образом оказывается, что методы, которые Архимед изложил в «Послании к Эратосфену» (относимом к сиракузскому периоду жизни Архимеда), Архимед выработал уже в то время, когда он жил в Александрии, где он, по утверждению самого же автора, с Демокритом не был знаком.

Видимо, С. Я. Лурье чувствовал, что это не совсем увязывается с приведенными выше его положениями, ибо ниже, на стр. 78, он стремится доказать, что Архимед в александрийский период его жизни еще не умел распознать центральную идею «механического метода» квадратур. «Архимед,—говорит С. Я. Лурье,—решил перенести методы механики в геометрию, не давая себе ясного отчета в том, что дело здесь не в механике, а в применяемой ею чисто математической инфинитезимальной процедуре». Это утверждение поясняется сказкой о «солдатском супе из топора». Оказывается, Архимедово применение рычага—это топор, а мясом и картошкой является инфинитезимальная процедура: «если применить инфинитезимальную процедуру, то можно без труда обойтись и без рычага».

Но никак нельзя согласиться ни с тем, что гениальный математик древности проявил бы такую неспособность разобраться в структуре «механического метода», ни с тем, что в этом методе роль рычага была несущественной.

Действительно, разложение площадей и объемов на «элементы» производится Архимедом с большой методичностью и очень четко отделено логически от «перевешивания» элементов на плечо вспомогательного рычага; поэтому не может возникнуть никакого подозрения, что Архимед не дает себе отчета в том, что он делает. Что же касается применения рычага, то оно представляет собой мощное орудие, позволяющее Архимеду обойти трудную задачу интегрирования. Оно сводит искомый интеграл к другому, вычисление которого представляло бы такие же трудности, если бы оно не было известно из посторонних соображений механического характера. Рычаг—это не топор в солдатском супе; это, если угодно, консервированное мясо, положенное в суп вместо свежего. Можно, конечно, обойтись и без рычага, но тогда его нужно чем-то заменить, тогда как топор в супе не только не нужен, но и портит вкус. Умел ли Архимед обходиться при разыскании квадратур и кубатур без рычага? Ряд его работ свидетельствует о том, что Архимед употреблял для этой цели многообразные чисто математические методы, и даже в самом «Послании к Эратосфену» есть примеры применения атомистического метода без участия рычага. Один такой пример приводится С. Я. Лурье на стр. 143—146 рецензируемой книги. Это 14-е предложение «Послания», где речь идет о так называемом «цилиндрическом копыте». Архимед показывает, что оно составляет шестую часть описанной около него призмы. Архимед применяет здесь «атомистическое интегрирование, не прибегая к помощи рычага. С. Я. Лурье полагает, что «появление такого решения в сочинении, которое открывается указаниями на заслуги Демокрита, не случайно: в данном случае мы имеем, несомненно, дело с приемом, прямо заимствованным у Демокрита». Но для такого утверждения текст Архимеда не дает никаких оснований. Напротив, если учесть отмечаемые самим С. Я. Лурье «прямоту и честность, свойственные Архимеду» (стр. 137), то мы придем к выводу, что, если бы Архимед действительно заимствовал свой прием у Демокрита, он прямо это и высказал бы.

Объем рецензии не позволяет мне останавливаться на разборе всех спорных утверждений С. Я. Лурье. Ограничусь поэтому рассмотрением одного из них.

Автор утверждает (стр. 16), что греческие математики V в. «еще не видели в читателе строгого критика, который готов придраться к каждой их ошибке... Для них было достаточно того, что их ученики понимают, что они хотят сказать». Автор противопоставляет (стр. 22—24) математику V в. позднейшей греческой математике, которая «выросла на фоне яростной, ожесточенной борьбы с материализмом; поэтому (sic) способы аргументации в ней были совершенно иными, чем в математике V века... Математика перестала быть связанной с определенной философской моральной или политической системой; ее выводы стали *общеобязательными для всех людей*» (курсив автора). Эти и другие утверждения автора, содержащиеся на на стр. 16—27, страдают прежде всего чрезвычайной нечеткостью выражений. Так, с одной стороны, математика IV века выросла на почве борьбы с материализмом; с другой стороны, выводы математики оказались *обязательными для всех людей*, значит, и для материалистов. Далее, из слов автора можно как будто заключить, что математик V в. считал себя вправе допускать в своих рассуждениях ошибки—лишь бы ученикам было понятно, что он хочет сказать. Дошедшее до нас сочинение математика V в. Гиппократа Хиосского позволяет категорически отвергнуть не только такое утверждение, но и вообще самую тенденцию противопоставления математики V и IV вв. Примечательно, что С. Я. Лурье приводит лишь единственный пример, якобы подтверждающий его характеристику математики V в. именно, он приводит «доказательство» Фалесом теоремы о том, что цилиндр делит круг на две равных части. Но, во-первых, сам автор тут же указывает, что Фалес жил в VI в., так что этот пример ничего не говорит о математике V в.; во-вторых, о рассуждении Фалеса мы знаем, как это отмечает и сам С. Я. Лурье, лишь по преданию.

Таким образом, целостность картины, отмеченная выше как достоинство работы С. Я. Лурье, имеет своей оборотной стороной необоснованную категоричность ряда суждений, иногда спорных, а иногда даже фактически неверных. Будь, работа снабжена научным аппаратом, этот ее недостаток был бы менее чувствительным. Но в данном ее виде этот недостаток может иметь очень нежелательные последствия: неискушенный читатель примет за факт то, что является лишь спорным предположением.

Остановлюсь кратко на некоторых других недостатках работы С. Я. Лурье. Взаимоотношение между античным «методом исчерпывания» и современным методом пределов, имеющее весьма важное значение для понимания методов Архимеда, в книге С. Я. Лурье не освещено с достаточной ясностью, хотя этот вопрос затрагивается неоднократно (стр. 31, 103, 115 и др.). Нельзя согласиться с тем, что «благодаря приему reductio ad absurdum, применявшемуся в методе исчерпывания... пропасть между последним из взятых конечных членов ряда и пределом оставалась ничем не заполненной» (стр. 31). Эта «пропасть» остается незаполненной и в современном методе пределов, который, кстати сказать, тоже основан в конечном счете на «приеме reductio ad absurdum» (теорема о единственности предела). Нельзя согласиться и с тем, что Архимед «*бессознательно* подводил читателя к понятию предела» (стр. 103) и т. д.

На стр. 52 говорится, что Эратосфен «рекомендовал метод νεῦσις, ибо при доказательстве правильности решений, полученных по методу νεῦσις, вполне можно обходиться пересечением кругов и прямых линий». Трудно сказать, что хотел выразить автор этой непонятной фразой.

На стр. 69 античной математике приписывается теория параллелограмма сил вместо параллелограмма скоростей.

Ошибка принципиального характера допущена на стр. 83—85. Суть ее, коротко говоря, состоит в том, что недостатком теории Архимеда С. Я. Лурье считает недостаточную очевидность 6-го постулата, тогда как на самом деле дефект теории Архимеда состоит в логической недостаточности содержания 6-го постулата. Если его не расширить каким-либо дополнительным утверждением, то закон рычага не может быть выведен. Автор же в примечании на стр. 84 утверждает прямо противоположное: «если принять аксиому Архимеда, то все остальное *логически* из нее вытекает» (курсив автора).

На стр. 93—94 С. Я. Лурье, осуждая Герона за то, что тот неправильно понял недошедшую до нас Архимедову работу «Книга опор», восстанавливает центральную часть этой работы, но рассуждение, приписываемое автором Архимеду, остается непонятным.

Говоря о многих математических вопросах, связанных с работами Архимеда, С. Я. Лурье вовсе упускает из виду очень важный и с исторической и с математической точки зрения вопрос о касательной. На стр. 161 говорится о касательной к Архимедовой спирали, но остается совершенно невыясненным, из какого определения касательной исходили античные математики; поэтому данное на стр. 162 резюме рассуждения Архимеда остается непонятным по существу.

Мне остается отметить еще некоторые упущения и неточности фактического характера.

На стр. 128 говорится, что Архимед прекрасно знал, что задача о построении двух средних пропорциональных не может быть решена при помощи линейки и циркуля». Архимед не мог этого «прекрасно знать», так как ни он, ни кто-либо другой из математиков древности не доказал и даже не пытался доказывать неразрешимость тех или иных задач с помощью циркуля и линейки. Напротив, античные, а вслед за ними и арабские математики все время пытались, правда, безуспешно, найти такое решение. В лучшем случае Архимед мог догадываться о невозможности искомого решения, но и это предположение представляется мало правдоподобным. По крайне мере его нельзя ничем подтвердить.

На стр. 129 говорится: «Нам теперь известно, что древние вавилоняне решали кубические уравнения», а на стр. 130 категорически утверждается, что вавилонские математики нашли «способ преобразовывать всякого рода кубические уравнения к виду $x^3+x^2=m$». Для второго утверждения мы не имеем никаких оснований. Что же касается первого, то оно стоит в формальном противоречии с содержащимся на стр. 130 утверждением, что «вавилонский математик не искал решения уравнения $x^3+x^2=m$: подставлял он, конечно, последовательные значения для x, а находил m, а не наоборот».

Подробный экскурс в область вавилонской математики был бы в книге об Архимеде неуместен, но если этот вопрос автором все же затронут, то следовало бы дать более четкие формулировки. Кстати, отмечу, что, излагая на стр. 18 в высшей степени остроумную гипотезу о том, как вавилоняне суммировали ряд $1^2+2^2+\ldots+n^2$, С. Я. Лурье не должен был бы говорить «как я доказал в другом месте», ибо гипотеза, даже и очень правдоподобная, не является все же доказательством.

На стр. 253 говорится, что общую формулу интеграла степенной функции Ферма вывел «при помощи простой аналогии» с интегралом линейной и квадратичной функции. Это неверно. Ферма первый дал вывод упомянутой формулы в самом общем ее виде. На той же странице сказано, что Такэ не предложил никакого нового алгорифма предельного перехода. Это тоже неверно. Такэ предложил такой алгорифм, хотя его предложение и не имело большого успеха.

На стр. 256 говорится, что «Элементы геометрии» Лежандра, выпущенные в 1812 г., проникнуты косным реакционным духом». «Элементы геометрии» впервые вышли не в 1812, а в 1794 г. и данная автором их характеристика никак не может быть признана правильной [1].

На стр. 157 говорится, что сочинение Архимеда «О спиралях» буквально носит название «О раковинообразных линиях» и в скобках дается даже греческий заголовок Περὶ κογχοειδῶν. Такого сочинения у Архимеда нет, и вообще термином «конхоидаа» Архимед нигде не пользуется. Название же «О спиралях» есть буквальный перевод Архимедова заголовка Περὶ ἑλίκων, ибо греческое слово ἕλιξ дословно передается латинским термином spira.

Язык книги С. Я. Лурье, как отмечалось выше, в общем очень хороший. Все же

---

[1] Привлеченное С. Я. Лурье «замечание Кантора», что книга Лежандра «не отвечала требованиям того времени, которые ставились ей философской критикой», принадлежит не Кантору, а Бобынину, написавшему статью об элементарной геометрии в 4 томе Канторовой «Истории математики», где Кантору принадлежит лишь общая редакция. Но это не столь существенно. Важнее то, что в том же абзаце (стр. 343 четвертого немецкого изания), который цитирует С. Я. Лурье, Бобынин отмечает, что философская критика XVIII в. отнюдь не выражала точки зрения всех математиков этой эпохи. Это замечание С. Я. Лурье обходит молчанием.

следует отметить, что автор иной раз впадает в вульгаризацию и допускает стилистические ляпсусы:

«Если бы диаметр.... залез в верхнюю половину круга» (стр. 16); «Солнце примерно в полтора раза меньше этой цифры» (стр. 62); «Солнце равно $^1/_{720}$ большого круга солнечной системы» (стр. 148); «он затабулировал все решения» (стр. 130) и т. д. Такого рода выражения не украшают научную книгу.

Транскрипция некоторых имен также может вызвать возражения. Может быть, «Уоллис» и лучше соответствует английскому чтению фамилии Wallis, но в нашей литературе принята транскрипция латинизированного имени Wallisius(Валлис). Ее следовало бы дать хотя бы в скобках, чтобы читатель знал, о ком идет речь. Арабского имени «Мохтассо» не существует, а сочетание «Альмохтассо абиль Хасан» вообще невозможно. Вероятно, имеется в виду (стр. 239) математик Мухтассим. Арабское имя С̄абит[1] (первая согласная звучит как английское th) лучше было бы писать не «Табит», а «Сабит» согласно с произношением, принятым у народов СССР, к которым это имя перешло от ислама. Арабское имя «Исхак» никак нельзя писать «Ишак», как это делает С. Я. Лурье, опираясь, вероятно, на какую-нибудь немецкую транскрипцию.

В заключение хочется выразить пожелание, чтобы сделанные здесь замечания были учтены автором при подготовке нового издания книги, и выразить надежду, что после соответствующей переработки указанные выше достоинства книги С. Я. Лурье сделают ее прекрасным материалом для изучения важнейшего этапа истории античной математической мысли.

М. Я. Выгодский

«СОВЕТСКАЯ АРХЕОЛОГИЯ», т. УШ, М.—Л., 1946, 318 стр.

Том VIII сборника «Советская археология» был составлен еще до Великой Отечественной войны. Он содержит публикации интересных материалов и делится на два раздела: статей и мелких сообщений. В числе первых обработанные С. Н. Замятниным дневники раскопок скифского могильника «Частые курганы» под Воронежом, произведенные Воронежской ученой архивной комиссией в 1910—1915 гг.; статья погибшего в Ленинграде во время блокады Г. П. Сосновского «Раскопки Ильмовой Пади»; В. Н. Кононова—«Технологическая характеристика тканей из могил Ильмовой Пади»; И. В. Синицына—«К материалам по сарматской культуре на территории Нижнего Поволжья»; Л. А. Ельницкого—«Из истории эллинистических культов в Причерноморье» (Дионис-Сабазий); Г. И. Мосберга—«К изучению могильников римского времени юго-западного Крыма»; М. И. Артамонова—«Древний Дербент». В сборнике имеется ряд исследований, посвященных памятникам русской культуры и средневекового Херсонеса; Н. Н. Воронина—«Социальная топография Владимира XII—XIII вв. и чертеж 1715 г.»; М.К. Каргер—«Раскопки и реставрационные работы в Георгиевском соборе Юрьева монастыря в Новгороде» (1933—1935 гг.); В. И. Лесючевского, погибшего во время Отечественной войны в Ленинграде,—«Вышгородский культ Бориса и Глеба в памятниках искусства»: В. П. Тарановича—«К вопросу о древних лапидарных памятниках с историческими надписями на территории Белорусской ССР»; А. Л. Якобсона—«Из истории средневековой архитектуры в Крыму. III. Средневековые бани Херсонеса».

Второй раздел (мелких сообщений) включает ряд интересных публикаций. Здесь имеются: статья Н. Н. Грибановского, приводящая сведения о писаницах Якутии; публикация А. П. Окладниковым новой скифской находки на верхней Лене; статья С. М. Сергеева—«О резных костяных украшениях конской узды из скифского погребения на Алтае»; погибшего на фронте во время Великой Отечественной войны А. А. Мансурова, опубликовавшего старорязанские и пронские гончар-

[1] Пользуюсь русской транскрипцией арабских согласных, предложенной Н. В. Юшмановым («Грамматика арабского языка», 1928).